חוקי חזקות

השאלות בחוברת זו לקוחות מתוך ספרי מתמטיקה: שאלון 805 בהוצאת יואל גבע.

תרגילים שמסומנים בחוברת ב- ▶ הם תרגילים שקיים עבורם פתרון בסרטון וידאו באתר my.geva.co.il

חזקות ושורשים

מבוא – הגדרת החזקה

כאשר a הוא מספר ממשי כלשהו ו- n הוא מספר טבעי (חיובי ושלם) אז המכפלה $a\cdot a\cdot a\ldots$ (כאשר a מופיע n פעמים) נקראת **a בחזקת n** והיא מסומנת $\mathbf{a^n}$.

$$\mathbf{a^n = \underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot ....a}_{\text{פעמים } n}}$$

המספר a נקרא בסיס החזקה. המספר n נקרא מעריך החזקה.
למשל, במקרה של $2^3=8$, המספר 2 נקרא בסיס החזקה, המספר 3 נקרא מעריך החזקה והביטוי כולו 2^3 (שערכו 8) נקרא החזקה.

חישוב חזקות

כאשר נרצה לחשב ערך של חזקה שהמעריך שלה קטן, נבצע הכפלה של הבסיס בעצמו.

למשל:

$$2^4=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=16$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 2\cdot 2}{5\cdot 5\cdot 5}=\frac{8}{125}$$

$$(-3)^4=(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)\cdot(-3)=81$$

לעומת זאת, כדי לחשב ערך של חזקה שהמעריך שלה גדול בדרך כלל ניעזר במחשבון.
למשל, את ערך הביטוי 5^6 נחשב בעזרת מחשבון. נקבל: $5^6=15625$.

סדר פעולות חשבון עם חזקות

על פי הכללים היסודיים של סדר פעולות חשבון (משמאל לימין):
(1) פעולות הכפל והחילוק קודמות לפעולות החיבור והחיסור.
(2) הפעולות שבתוך סוגריים קודמות לפעולות שמחוץ לסוגריים.
כדי לשלב חזקות עם פעולות החיבור, החיסור, הכפל והחילוק ניעזר גם בכללים (3) – (5):
(3) כאשר אין סוגריים – פעולת ההעלאה בחזקה קודמת לפעולות החיבור, החיסור, הכפל והחילוק.

דוגמאות:

$$4\cdot 2^3=4\cdot 8=32$$

$$5\cdot 3^2-24:2^3=5\cdot 9-24:8=45-3=42$$

(4) כאשר קיימים סוגריים – הפעולה שבתוך הסוגריים קודמת לפעולת ההעלאה בחזקה. למשל: $(5-3)^4 = 2^4 = 16$.

(5) הפעולות במעריך החזקה קודמות לפעולת ההעלאה בחזקה.
למשל: $3^{4 + 3 \cdot 3 - 20:2} = 3^{4+9-10} = 3^3 = 27$

הערה: כדאי לשים לב להבדלים בין המקרים הבאים:

(1) $-5^2 = -5 \cdot 5 = -25$

(2) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$

(3) $-(-5)^2 = -(-5)(-5) = -25$

חוקי חזקות

(1) כאשר כופלים שתי חזקות בעלות בסיס שווה, מקבלים חזקה בעלת אותו בסיס ומעריך השווה לסכום המעריכים של החזקות שכופלים.

הנוסחה: $\mathbf{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$

הערה: חוק זה נכון גם למכפלה של יותר משתי חזקות בעלות בסיסים שווים.

דוגמאות:

$2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8 = 256$

$a^6 \cdot a^2 \cdot a^7 = a^{6+2+7} = a^{15}$

(2) כאשר מחלקים שתי חזקות בעלות בסיס שווה (השונה מאפס) מקבלים חזקה בעלת אותו בסיס ומעריך השווה להפרש בין מעריך החזקה שבמונה לבין מעריך החזקה שבמכנה.

הנוסחה: $\mathbf{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}} \quad \mathbf{(a \neq 0)}$

הערה: בשלב זה נתייחס רק למקרים בהם $m > n$.

דוגמאות:

$\frac{3^9}{3^4} = 3^{9-4} = 3^5 = 243$

$\frac{a^{12}}{a^8} = a^{12-8} = a^4$

(3) כאשר מעלים חזקה בחזקה, מקבלים חזקה עם אותו בסיס, בעלת מעריך השווה למכפלת שני המעריכים.

הנוסחה: $\mathbf{(a^m)^n = a^{mn}}$

דוגמאות:

$(2^3)^4 = (2)^{3\cdot4} = 2^{12}$

$$\frac{(a^7)^4\cdot(a^5)^6}{(a^7)^8} = \frac{(a)^{7\cdot4}\cdot(a)^{5\cdot6}}{(a)^{7\cdot8}} = \frac{a^{28}\cdot a^{30}}{a^{56}} = \frac{a^{28+30}}{a^{56}} = \frac{a^{58}}{a^{56}} = a^{58-56} = a^2$$

$$\frac{(a^3)^3\cdot(b^2)^5}{(a^2)^4\cdot b^7} = \frac{a^9\cdot b^{10}}{a^8\cdot b^7} = a^{9-8}\cdot b^{10-7} = a\cdot b^3$$

קיימים מקרים בהם נרצה לבצע פעולות בין חזקות, אבל הבסיסים של החזקות לא יהיו שווים. במקרים אלה, ננסה לבטא את כל החזקות בעזרת בסיסים שווים.

דוגמה:

חשב (ללא מחשבון) את ערך הביטוי $\frac{9^7\cdot27^4}{81^6}$.

פתרון:

נעביר את כל אחד הבסיסים לבסיס 3 בצורה הבאה:

$9=3^2$, $27=3^3$, $81=3^4$.

נציב ונקבל: $\frac{(3^2)^7\cdot(3^3)^4}{(3^4)^6} = \frac{3^{14}\cdot3^{12}}{3^{24}} = \frac{3^{26}}{3^{24}} = 3^2 = 9$

(4) כאשר נתונה חזקה שהבסיס שלה הוא מכפלה, ניעזר בנוסחה:

$$\mathbf{(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n}$$

הערה: חוק זה נכון גם כאשר הבסיס היא מכפלה של יותר משני גורמים.

דוגמאות:

$(2\cdot a)^4 = 2^4\cdot a^4 = 16a^4$

$(-5b)^3 = (-5)^3\cdot b^3 = -125b^3$

$(a^2\cdot b^3\cdot c^4)^5 = (a^2)^5\cdot(b^3)^5\cdot(c^4)^5 = a^{10}\cdot b^{15}\cdot c^{20}$

(5) כאשר נתונה חזקה שהבסיס שלה הוא מנה (שבר), ניעזר בנוסחה:

$$\left(\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}\right)^{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{a^n}}{\mathbf{b^n}} \qquad \mathbf{(b\neq0)}$$

דוגמאות:

$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

$\left(\frac{a^2}{b^4}\right)^3 = \frac{(a^2)^3}{(b^4)^3} = \frac{a^6}{b^{12}}$

הערה: קיימים מקרים בהם נרצה לבצע פעולות בין חזקות, אבל הבסיסים להחזקות יהיו שונים ויהיה קשה להציג אותם לפי בסיס שווה. במקרים אלה נציג כל אחד מהבסיסים כמכפלה בין הגורמים הראשוניים לו.
נזכיר בקצרה מהו מספר ראשוני. מספר ראשוני הוא מספר טבעי (חיובי ושלם) שמתחלק ללא שארית רק בעצמו וב- 1.
למשל, המספר 7 מתחלק ללא שארית רק בעצמו וב- 1 ולכן הוא מספר ראשוני. לעומת זאת, המספר 10 מתחלק ללא שארית בעצמו, ב- 1, אבל גם ב- 2 וב- 5 ולכן הוא אינו מספר ראשוני.
המספרים הראשוניים הקטנים ביותר הם: $2, 3, 5, 7, ...$.
נדגים כיצד ניתן להציג מספר כמכפלה בין הגורמים הראשוניים שלו.
ניקח לדוגמה את המספר 72. נחלק אותו במספר הראשוני 2.
נקבל 36. נחלק שוב ב- 2. נקבל 18. נחלק פעם נוספת ב- 2 ונקבל 9.
כעת קיבלנו מספר שאינו מתחלק ב- 2 ולכן נחלק אותו במספר הראשוני הבא שהוא 3. נקבל 3. נחלק שוב ב- 3 ונקבל 1. כאשר מגיעים למספר 1 זהו סוף תהליך הפירוק.
מכיוון שחילקנו 3 פעמים ב- 2 ופעמיים ב- 3 ניתן להציג את המספר 72 כמכפלה בין 2 ל- 3 בצורה הבאה: $72 = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3 = 2^3\cdot3^2$.

דוגמה:
חשב (ללא מחשבון) את ערך הביטוי $\frac{48^{19}\cdot72^{34}}{128^{25}\cdot9^{43}}$.
פתרון:
נציג כל אחד מהבסיסים כמכפלה בין הגורמים הראשוניים שלו.
$48 = 2^4\cdot3^1$, $72 = 2^3\cdot3^2$, $128 = 2^7$, $9 = 3^2$.
נקבל: $\frac{(2^4\cdot3^1)^{19}\cdot(2^3\cdot3^2)^{34}}{(2^7)^{25}\cdot(3^2)^{43}} = \frac{2^{76}\cdot3^{19}\cdot2^{102}\cdot3^{68}}{2^{175}\cdot3^{86}} = \frac{2^{178}\cdot3^{87}}{2^{175}\cdot3^{86}} = 2^3\cdot3^1 = 8\cdot3 = 24$

תרגילים

חשב את הביטויים הבאים (אפשר להיעזר במחשבון):

1. 2^4 **2.** 3^5 **3.** 2^{11}

4. $(-4)^2$ **5.** $(-2)^3$ **6.** $(-3)^4$

7. -4^3 **8.** -5^4 **9.** $(-5)^2$

10. -5^2

11. $-(-2)^4$

12. $-(-3)^3$

13. $-3\cdot 4^3$

14. $2\cdot 4^2-(-3)^3$

15. $-6^2+(-2)^6$

16. $(-5)^2+(-2)^5$

17. $2^5\cdot(-3)^4$

18. $(-2)^5(-3)^2$

19. $-(-1)^4\cdot 2^3$

20. $(3\cdot 2)^4$

21. $(-6:3)^4+(4\cdot 2)^3$

22. $4(12:2^2)$

23. $-(-2^2+5)^3$

24. $-(1-3^2)(-7^2)^3$

חשב את הביטויים הבאים :

25. $a^5\cdot a^8$

26. $a^6\cdot a^3\cdot a^7$

27. $a^7\cdot a^{10}\cdot a^{20}\cdot a^6$

28. $\frac{a^{10}}{a^7}$

29. $\frac{a^{15}}{a^{10}}$

30. $\frac{a^8}{a}$

31. $\frac{a^5\cdot a^9}{a^{13}}$

32. $\frac{a^8\cdot a}{a^4}$

33. $\frac{a^9\cdot a^8\cdot a^{12}}{a^{16}\cdot a^{11}}$

34. $2^3\cdot 2^4$

35. $\frac{3^{17}}{3^{15}}$

36. $\frac{5^{10}\cdot 5^{16}}{5^8\cdot 5^{15}}$

37. $a^3\cdot b^4\cdot a^6\cdot b^7$

38. $\frac{a^5b^6}{a^3b^2}$

39. $\frac{a^4\cdot b^2\cdot a^5\cdot b^7}{a^2\cdot b^4\cdot a^6\cdot b^3}$

חשב את הביטויים הבאים :

40. $(a^6)^7$

41. $(b^5)^8$

42. $(a^3)^2\cdot(a^4)^3$

43. $\frac{(b^5)^9\cdot(b^6)^8}{(b^8)^{10}\cdot b}$

44. $\frac{(3^7)^{10}\cdot(3^8)^{12}}{(3^5)^{33}}$

45. $\frac{5\cdot(5^4)^7}{(5^3)^9}$

חשב את הביטויים הבאים :

46. $(ab)^4$

47. $(ab)^{13}$

48. $(a^2b)^6$

49. $(a^2b^4)^3\cdot(ab)^5$

50. $(ab^3)^4(a^2b^5)^3$

51. $\left(\frac{a}{b}\right)^3$

52. $\left(\frac{a^2}{b^6}\right)^3$ **53.** $\left(\frac{a}{b^2}\right)^3\cdot\left(\frac{a^2}{b}\right)^2$ **54.** $\left(\frac{a^2}{b^5}\right)^2\cdot\left(\frac{a^5}{b^3}\right)^2$

חשב (ללא מחשבון) את הביטויים הבאים :

55. $\frac{4^6}{2^9}$ **56.** $\frac{9^4}{3^7}$ **57.** $\frac{8^{28}}{4^{40}}$

58. $\frac{25^{17}}{125^{11}}$ **59.** $\frac{81^{17}\cdot 27^{30}}{9^{78}}$ **60.** $\frac{32^9\cdot 8^{17}}{64^3\cdot 16^{19}}$

חשב (ללא מחשבון) את הביטויים הבאים :

61. $\frac{6^{95}}{2^{94}\cdot 3^{93}}$ **62.** $\frac{6^{57}}{16^{14}\cdot 9^{28}}$ **63.** $\frac{72^4}{12^5}$

64. $\frac{108^{23}}{32^9\cdot 81^{17}}$ **65.** $\left(\frac{1}{2}\right)^8\cdot 16^3$ **66.** $\left(\frac{16}{81}\right)^7\cdot\left(\frac{729}{32}\right)^5$

תשובות: **1.** 16 . **2.** 243 . **3.** 2048 . **4.** 16 . **5.** -8 . **6.** 81 . **7.** -64 . **8.** -625 .
9. 25 . **10.** -25 . **11.** -16 . **12.** 27 . **13.** -192 . **14.** 59 . **15.** 28 . **16.** -7 .
17. 2592 . **18.** -288 . **19.** -8 . **20.** 1296 . **21.** 528 . **22.** 12 . **23.** -1 .
24. -941192 . **25.** a^{13} . **26.** a^{16} . **27.** a^{43} . **28.** a^3 . **29.** a^5 . **30.** a^7 .
31. a . **32.** a^5 . **33.** a^2 . **34.** 128 . **35.** 9 . **36.** 125 . **37.** $a^9\cdot b^{11}$. **38.** a^2b^4 .
39. ab^2 . **40.** a^{42} . **41.** b^{40} . **42.** a^{18} . **43.** b^{12} . **44.** 3 . **45.** 25 . **46.** a^4b^4 .
47. $a^{13}b^{13}$. **48.** $a^{12}b^6$. **49.** $a^{11}b^{17}$. **50.** $a^{10}b^{27}$. **51.** $\frac{a^3}{b^3}$. **52.** $\frac{a^6}{b^{18}}$. **53.** $\frac{a^7}{b^8}$.
54. $\frac{a^{14}}{b^{16}}$. **55.** 8 . **56.** 3 . **57.** 16 . **58.** 5 . **59.** 9 . **60.** 4 . **61.** 18 . **62.** 6 .
63. 108 . **64.** 6 . **65.** 16 . **66.** 72 .

כלל: כאשר נתונות שתי חזקות בעלות בסיסים שווים - a^b ו- a^c
ונרצה לקבוע איזו מבין שתי החזקות היא הגדולה יותר נבדוק
האם הבסיס a גדול מ-1 או בין 0 ל-1.
(1) אם הבסיס a גדול מ-1 אז הכלל הוא: **אם** $\mathbf{b>c}$ **אז** $\mathbf{a^b>a^c}$
כלומר הכיוון של אי-השוויון בין המעריכים **זהה** לכיוון
של אי-השוויון בין החזקות. למשל: $5<8$ ולכן $3^8>3^5$.

(2) אם הבסיס a בין 0 ל- 1 אז הכלל הוא: **אם** $\mathbf{b > c}$ **אז** $\mathbf{a^b < a^c}$
כלומר הכיוון של אי-השוויון בין המעריכים **הפוך** מהכיוון של אי-השוויון בין החזקות. למשל: $3 < 7$ אבל $0.6^7 < 0.6^3$.
(הרחבה בעניין זה ראה בהמשך בנושא אי-שוויונים מעריכיים).

דוגמה:
קבע מבין הביטויים הבאים, איזה ביטוי גדול יותר:
א. 81^{150} או 243^{121} ב. $7\cdot 3^{18}$ או 3^{20}
פתרון:
א. נעביר את שני הביטויים לבסיס 3.
$$81^{150} = (3^4)^{150} = (3)^{4\cdot 150} = 3^{600}$$
$$243^{121} = (3^5)^{121} = 3^{5\cdot 121} = 3^{605}$$
מכיוון שהבסיס 3 גדול מ- 1 הרי ש- $3^{605} > 3^{600}$ ולכן $243^{121} > 81^{150}$.

ב. עבור הביטוי 3^{20} ניעזר בחוק $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ ונקבל:
$$3^{20} = 3^{18+2} = 3^{18}\cdot 3^2 = 9\cdot 3^{18}$$
מכיוון ש- $9 > 7$ הרי ש- $9\cdot 3^{18} > 7\cdot 3^{18}$ ולכן $3^{20} > 7\cdot 3^{18}$.

כלל: כאשר נתונות שתי חזקות – a^c ו- b^c, שהבסיס שלהן חיובי והן בעלות אותו **מעריך חיובי** נוכל לקבוע איזה מבין שתי החזקות היא הגדולה יותר, לפי הכלל: **אם** $\mathbf{a > b}$ **ו-** $\mathbf{c > 0}$ **אז** $\mathbf{a^c > b^c}$,
כלומר החזקה שתהיה גדולה יותר היא זו שהבסיס שלה גדול יותר.
למשל: $7^8 > 5^8$ מכיוון ש- $7 > 5$ ובשתי החזקות יש אותו מעריך חיובי.

דוגמה:
קבע איזה ביטוי גדול יותר: 2^{500} או 3^{300}.
פתרון:
לא ניתן להציג את שני הביטויים בעזרת אותו בסיס
ולכן נציג אותם בעזרת אותו מעריך:
$$2^{500} = (2^5)^{100} = 32^{100}$$
$$3^{300} = (3^3)^{100} = 27^{100}$$
מכיוון ש- $32 > 27$ הרי ש- $32^{100} > 27^{100}$ ולכן $2^{500} > 3^{300}$.

קבע מבין המספרים הבאים, איזה מספר גדול יותר.

67. 3^8 או 3^{10} **68.** 7^{24} או 7^{21} **69.** 5^{41} או 25^{20}

70. 16^{30} או 8^{41} **71.** 2^{500} או 3^{300} **72.** 3^{200} או 2^{300}

73. 5^{1000} או 26^{500} **74.** 4^{40} או 5^{30} **75.** 3^{50} או 2^{75}

76. $2\cdot3^{10}$ או 3^{11} **77.** $15\cdot2^{6}$ או 2^{10} **78.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{6}$ או $\left(\frac{1}{2}\right)^{7}$

79. $\left(\frac{2}{3}\right)^{8}$ או $\left(\frac{8}{27}\right)^{3}$ **80.** $\frac{4}{27^{27}}$ או $\left(\frac{1}{9}\right)^{40}$ **81.** 0.3^{600} או 0.09^{301}

82. 0.6^{600} או 0.35^{300} **83.** $(-2)^{40}$ או $(-2)^{38}$ **84.** $(-4)^{25}$ או $(-4)^{27}$

85. $(-3)^{91}$ או $(-27)^{31}$ **86.** -9^{42} או -3^{85} **87.** $(-25)^{35}$ או -5^{71}

תשובות: **67.** שמאל. **68.** ימין. **69.** ימין. **70.** שמאל. **71.** ימין. **72.** ימין.
73. שמאל. **74.** ימין. **75.** ימין. **76.** שמאל. **77.** שמאל. **78.** ימין. **79.** ימין.
80. ימין. **81.** ימין. **82.** ימין. **83.** ימין. **84.** ימין. **85.** ימין. **86.** ימין.
87. ימין.

חזקות עם מעריך אפס ומעריך שלילי

עד כה עסקנו בחזקות בעלות מעריכים טבעיים (שלמים וחיוביים). כעת **נרחיב** את פעולת הגדרת החזקה גם לחזקות עם מעריך אפס ולחזקות עם מעריך שלילי.

(6) כל מספר (השונה מאפס) בחזקת 0 שווה ל-1.

הנוסחה: $\mathbf{a^0 = 1} \quad \mathbf{(a \neq 0)}$

דוגמאות: $14^0 = 1$, $6^0 = 1$.

כדי להבין את המשמעות של חזקה שהמעריך שלה הוא אפס, נתבונן בביטוי $\frac{a^3}{a^3}$.

מצד אחד, המונה והמכנה שווים זה לזה, לכן $\frac{a^3}{a^3} = 1$.

מצד שני, כדי שהחוק $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ יהיה נכון כאשר $m = n$,

צריך להתקיים: $\frac{a^3}{a^3} = a^{3-3} = a^0$.

למעשה, כדי שהחוק יהיה נכון כאשר $m = n$, צריך להתקיים: $a^0 = 1$.

(7) כל מספר (השונה מאפס) בחזקת מעריך שלילי, שווה ל- 1 חלקי המספר בחזקת מעריך חיובי שהוא המספר הנגדי למעריך השלילי.

הנוסחה: $\mathbf{a^{-n} = \frac{1}{a^n}} \quad \mathbf{(a \neq 0)}$

דוגמה: $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

כדי להבין את המשמעות של חזקה שהמעריך שלה שלילי,

נתבונן בביטוי $\frac{a^3}{a^7}$. **מצד אחד:** $\frac{a^3}{a^7} = \frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a^4}$.

מצד שני: כדי שהחוק $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ יהיה נכון כאשר $m < n$,

צריך להתקיים: $\frac{a^3}{a^7} = a^{3-7} = a^{-4}$. למעשה, כדי שהחוק יהיה נכון

כאשר $m < n$, צריך להתקיים: $a^{-4} = \frac{1}{a^4}$ או באופן כללי: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

הערות:

א. חוקי החזקות (1)–(5) שנלמדו בתחילה מתקיימים גם עבור מעריך שלילי או מעריך אפס.

דוגמה: $a^{-6} \cdot a^{-3} = a^{-6-3} = a^{-9} = \frac{1}{a^9}$.

ב. ניתן להרחיב את החוק $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ עבור שברים ולקבל את הנוסחה:

$$\mathbf{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad (a \neq 0, b \neq 0)}$$

הסבר: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = \frac{\frac{1}{a^n}}{\frac{1}{b^n}} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

דוגמה: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

ג. כאשר מחלקים 1 בחזקה בעלת מעריך שלילי מקבלים חזקה בעלת מעריך חיובי שהוא המספר הנגדי למעריך השלילי: $\mathbf{\frac{1}{a^{-n}} = a^n}$.

דוגמאות: $\frac{1}{2^{-7}} = 2^7 = 128$, $\frac{3}{5 \cdot a^{-6}} = \frac{3 \cdot a^6}{5}$

חשב (ללא עזרת מחשבון):

1. 8^0
2. -3^0
3. $(-6)^0$
4. 3^{-2}
5. 5^{-1}
6. 2^{-4}
7. $\frac{1}{6^{-1}}$
8. $\frac{1}{5^{-2}}$
9. $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$
10. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$
11. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$
12. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$
13. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$
14. $\left(-\frac{5}{6}\right)^{-2}$
15. 0.2^{-1}
16. 0.1^{-2}
17. 0.25^{-3}
18. $(-3)^{-1}$
19. $(-4)^{-2}$
20. $-(-5)^{-3}$
21. -6^{-2}
22. $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$
23. $-1\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}$
24. $\frac{2^{13}}{2^{13}}$
25. $\frac{8^7}{8^9}$
26. $\frac{8^5}{2^{15}}$
27. $\frac{8^{14}\cdot 16^{12}}{32^{18}}$
28. $\frac{6^{17}}{2^{17}\cdot 3^{20}}$
29. $\frac{72^8}{16^6\cdot 27^6}$
30. $\frac{108^9\cdot 48^{11}}{4^{32}\cdot 9^{19}}$

כתוב את הביטויים הבאים ללא קו שבר (במידת הצורך, היעזר בחזקות שליליות).

31. $\frac{a^3}{a^8}$
32. $\frac{a^4\cdot a^5}{a^7\cdot a^2}$
33. $\frac{(a^4)^3\cdot(a^2)^5}{(a^6)^4}$
34. $a^{-2}\cdot a^{-5}$
35. $\frac{a^{-7}\cdot a^{-5}}{a^{-3}}$
36. $\frac{(a^{-4})^2}{(a^{-2})^3}$
37. $\frac{(a^{-3})^4\cdot(a^{-5})^{-2}}{(a^{-3})^2}$
38. $\frac{(a^{-2})^{-8}}{(a^{-4})^{-4}}$
39. $(a^2b^3)^{-2}$

.40 $\left(\frac{a^{-3}}{b^2}\right)^{-2}$ **.41** $\frac{(a^2b^{-4})^{-3}}{(a^{-1}b^2)^5}$ **.42** $\left(\frac{a^3}{b}\right)^4\cdot\left(\frac{a^{-6}}{b^{-2}}\right)^2$

קבע מבין המספרים הבאים, איזה מספר גדול יותר:

43 2^{-11} או 2^{-12} **.44** 8^{-30} או 2^{-89}

.45 5^{-3} או 6^{-3} **.46** $2\cdot10^{-7}$ או 10^{-6}

.47 $128\cdot5^{-94}$ או 5^{-91} **.48** 2^{-500} או 3^{-300}

.49 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-7}$ או $\left(\frac{1}{8}\right)^{-5}$ **.50** $(-2)^{-14}$ או 2^{-16}

תשובות: **.1** 1. **.2** -1. **.3** 1. **.4** $\frac{1}{9}$. **.5** $\frac{1}{5}$. **.6** $\frac{1}{16}$. **.7** 6. **.8** 25. **.9** 25.
.10 16. **.11** 64. **.12** $\frac{4}{3}$. **.13** $\frac{25}{4}$. **.14** $\frac{36}{25}$. **.15** 5. **.16** 100. **.17** 64.
.18 $-\frac{1}{3}$. **.19** $\frac{1}{16}$. **.20** $\frac{1}{125}$. **.21** $-\frac{1}{36}$. **.22** 9. **.23** -16. **.24** 1. **.25** $\frac{1}{64}$.
.26 1. **.27** 1. **.28** $\frac{1}{27}$. **.29** $\frac{1}{9}$. **.30** $\frac{1}{4}$. **.31** a^{-5}. **.32** 1. **.33** a^{-2}.
.34 a^{-7}. **.35** a^{-9}. **.36** a^{-2}. **.37** a^4. **.38** 1. **.39** $a^{-4}\cdot b^{-6}$. **.40** $a^6\cdot b^4$.
.41 $a^{-1}\cdot b^2$. **.42** 1. **.43** ימין. **.44** שמאל. **.45** ימין. **.46** שמאל. **.47** ימין.
.48 שמאל. **.49** שמאל. **.50** ימין.