שאלה מתמטית:

עליך להוכיח שהמכפלה של כל **ארבעה** מספרים **שלמים** **עוקבים** אינה יכולה להיות ריבוע של מספר שלם.

אפשר לתת דוגמא - למשל 1,2,3,4 הם ארבעה מספרים עוקבים ובאמת מכפלתם אינה מספר שיש לו שורש ריבועי. אבל זו רק דוגמא, **צריך להוכיח בכלליות לכל ארבעה מספרים**!!!

תשובה:

בעמוד הבא!!!

תחילה נבדוק את הדוגמה: 1,2,3,4 מכפלתם היא 24.

נבדוק דוגמה נוספת: 2,3,4,5 מכפלתם היא 120.

נבדוק דוגמה נוספת: 3,4,5,6 מכפלתם היא 360.

מעניין לראות ש: 24 = 25-1 כלומר 52 -1, 120 = 121-1 כלומר 112-1, 360 = 361-1 כלומר 192-1

מהחקר אנחנו רואים שהמכפלה של ארבעה מספרים עוקבים נותנת מספר אחד פחות מריבוע של מספר שלם.

האם זה נכון לכל ארבעה מספרים עוקבים? לא בטוח!!!

מי שיצליח להסביר עד רמה כזו מצבו טוב!!

המשך אפשרי:

נכליל – נסמן ב x את המספר השני מבין העוקבים ונקבל שהמכפלה היא תמיד!!!!: (x-1)(x)(x+1)(x+2)

נעבד את הסוגריים:

(x-1)(x)(x+1)(x+2) =

(x-1)(x+2)(x)(x+1) =

(x2+x-2)(x2+x) =

(x2+x)(x2+x)-2(x2+x)

כעת נכניס את המידע שמצאנו בחקר – גילנו שאם נוסיף 1 לתוצאה נקבל (אולי תמיד) מספר ריבועי שלם.

אז נוסיף 1 לתוצאה ונבדוק:

(x2+x)(x2+x)-2(x2+x) + 1

נסמן את (x2+x) כ p ונקבל שהתוצאה **תמיד** ניתנת לכתיבה כ: p2-2p+1

אבל את זה אנחנו יודעים לפתור!!! זה (p-1)2

כלומר הוכחנו שהמכפלה של ארבעה מספרים עוקבים נותנת **תמיד** מספר הקטן ב 1 ממספר ריבועי שלם כלומר אף פעם לא נותנת מספר ריבועי שלם!!!